全品
— SINCE 1992 —

教育图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年专注教育行业

全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学5 | 选择性必修第一册 RJA

主 编 肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS 目录

第三章　圆锥曲线的方程

进阶手册

进阶手册

第一章　空间向量与立体几何

1.1　空间向量及其运算

1.1.1　空间向量及其线性运算

考点一　空间向量概念的理解

1. 下列关于空间向量的说法中,正确的是　　(　　)

A. 空间中所有的单位向量都相等

B. 长度相等且方向相反的两个向量是相反向量

C. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$,且 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 同向,则 $\boldsymbol{a}>\boldsymbol{b}$

D. 若两个向量相等,则它们的起点与终点相同

2. 下列命题中,是假命题的是　　(　　)

A. 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,必有 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A_1C_1}$

B. 对于两个空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,"$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$"是"$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$"的必要不充分条件

C. 只有零向量的模等于 0

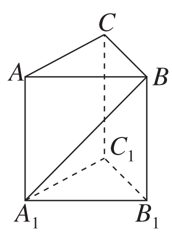
D. 若空间向量 $\boldsymbol{m},\boldsymbol{n},\boldsymbol{p}$ 满足 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{n},\boldsymbol{n}/\!/\boldsymbol{p}$,则 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{p}$

考点二　空间向量的加减法运算

3. 在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=$　　(　　)

A. $\overrightarrow{CB_1}$　　B. $\overrightarrow{BC_1}$　　C. $\overrightarrow{CA_1}$　　D. $\overrightarrow{AC_1}$

4. 如图,在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,若 $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{CC_1}=\boldsymbol{c}$,则 $\overrightarrow{A_1B}=$　(　　)



A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

C. $-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

D. $-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

5. 已知四边形 $ABCD$,O 为空间中任意一点,且 $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OC}$,则四边形 $ABCD$ 一定是　　(　　)

A. 平行四边形　　B. 空间四边形

C. 等腰梯形　　D. 矩形

考点三　空间向量数乘运算

6. [2026・皖南八校高二段考] 若 A,B,C,D 为空间中不同的四点,则下列各式不一定等于零向量的是　　(　　)

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BD}$

C. $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DC}$

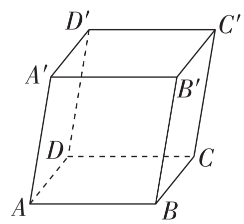
D. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AD}$

7. 如图,在平行六面体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 中,化简下列各式.

(1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$;

(2) $\overrightarrow{DD'}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$;

(3) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{DD'}-\overrightarrow{BC})$.



考点四　空间向量共线、共面的判定及应用

8. 下列条件中,能说明空间中不重合的三点 A,B,C 共线的是　　(　　)

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$　　B. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

C. $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BC}|$　　D. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$

9. 已知空间非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$,则下列说法中正确的是　　(　　)

A. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 共面,那么 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 中至少存在一对向量共线

B. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$($\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 不共线)共面,那么存在一组实数对 (λ,μ),使得 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\mu\boldsymbol{c}$

C. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 不共面,那么 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 所在直线中至少存在两条直线异面

D. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 不共面,那么 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 所在直线中不可能存在两条直线异面

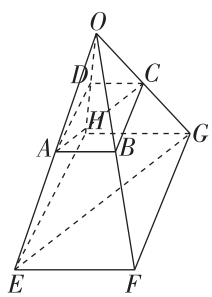
10. 设空间向量 e_1,e_2,e_3 不共面，已知 $\overrightarrow{AB}=-3e_1-e_2+2e_3$，$\overrightarrow{BC}=e_1+\lambda e_2-6e_3$，$\overrightarrow{CD}=4e_1+2e_2+8e_3$，若 A,C,D 三点共线，则 $\lambda=$________.

11. [2026·四川绵阳外国语高二月考] 已知 O,A,B,C,D,E,F,G,H 为空间中不重合的 9 个点(如图所示)，并且 $\overrightarrow{OE}=k\overrightarrow{OA}(k>1)$，$\overrightarrow{OF}=k\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OH}=k\overrightarrow{OD}$，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+m\overrightarrow{AB}(m>0)$，$\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EH}+m\overrightarrow{EF}$. 求证：

(1) A,B,C,D 四点共面，E,F,G,H 四点共面；

(2) $\overrightarrow{AC}/\!/\overrightarrow{EG}$；

(3) $\overrightarrow{OG}=k\overrightarrow{OC}$.



素养提能篇

12. [2026·广东八校高二检测] 已知 A,B,C 三点不共线，O 为平面 ABC 外一点，下列条件中能确定 M,A,B,C 四点共面的是 ( )

A. $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$

B. $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$

C. $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OC}$

D. $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

13. (多选题)下列说法正确的有 ( )

A. 若空间中的点 O,A,B,C 满足 $\overrightarrow{OC}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{3}{4}\overrightarrow{OB}$，则 A,B,C 三点共线

B. 对于空间中的三个向量，若其中有两个向量共线，则这三个向量一定共面

C. 若 G 是三棱锥 O-ABC 的底面 ABC 的重心，则 $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$

D. 对空间任意一点 O 和不共线的三点 A,B,C，若 $\overrightarrow{OG}=\frac{2}{5}\overrightarrow{OA}-\frac{3}{5}\overrightarrow{OB}+\frac{4}{5}\overrightarrow{OC}$，则 A,B,C,G 四点共面

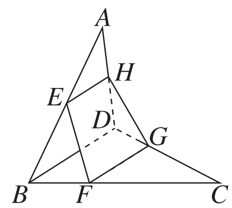
14. (多选题)如图，四边形 $ABCD$ 是空间四边形，E,H 分别是 AB,AD 的中点，F,G 分别是 CB,CD 上的点，且 $\overrightarrow{CF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{CG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$，则 ( )

A. $\overrightarrow{FG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BD}$

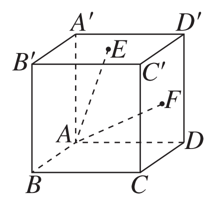
B. $\overrightarrow{EH}=\frac{3}{4}\overrightarrow{FG}$

C. $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$

D. 四边形 $EFGH$ 是梯形



15. 如图，已知正方体 $ABCD$-$A'B'C'D'$，E,F 分别是正方形 $A'B'C'D'$ 和正方形 $CC'D'D$ 的中心. 若 $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AA'}(x,y\in\mathbf{R})$，则 $x+y=$________.



思维训练篇

16. 已知三棱锥 P-ABC 的体积为 13，M 是空间中一点，$\overrightarrow{PM}=-\frac{1}{13}\overrightarrow{PA}+\frac{3}{13}\overrightarrow{PB}+\frac{4}{13}\overrightarrow{PC}$，则三棱锥 A-MBC 的体积是 ( )

A. 5　　B. 6

C. 7　　D. 8

17. [2026·武汉二中高二月考] 已知点 D 在 $\triangle ABC$ 所在的平面内，O 是平面 ABC 外任意一点，满足 $\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{OC}-x\overrightarrow{OA}-y\overrightarrow{OB}$，且 $x>0$，$y>0$，则 $\frac{3}{x}+\frac{1}{y}$ 的最小值为 ( )

A. $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $2+\sqrt{3}$

C. $4+\sqrt{3}$　　D. $\frac{4+2\sqrt{3}}{3}$

1.1.2 空间向量的数量积运算

考点一 空间向量数量积的概念与运算律

1. 在正四面体 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{BC}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 的夹角等于 ( )

A. 30° B. 60°

C. 150° D. 120°

2. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 都是非零空间向量，则下列等式不一定正确的是 ( )

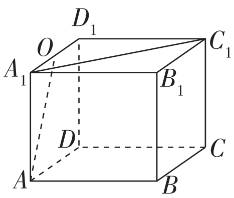
A. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

B. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$

C. $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}=(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})\boldsymbol{a}$

D. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})=|\boldsymbol{a}|^2+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$

3. [2026·广西来宾高二期中] 如图，在长方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，O 是 A_1D_1 的中点，$AB=BC=2$，$AA_1=\sqrt{3}$，则向量 $\overrightarrow{A_1C_1}$ 在向量 $\overrightarrow{AO}$ 上的投影向量为 ( )



A. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AO}$ B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AO}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AO}$ D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AO}$

考点二 求空间向量的数量积

4. 已知空间向量 $\boldsymbol{a}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，空间向量 $\boldsymbol{e}$ 为单位向量，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{e}\rangle=\frac{2\pi}{3}$，则 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{e}$ 上的投影向量为 ( )

A. $\boldsymbol{e}$ B. $-\boldsymbol{e}$ C. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{e}$ D. $\frac{1}{2}\boldsymbol{e}$

5. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC_1}=$ ( )

A. $4\sqrt{2}$ B. 4

C. $2\sqrt{2}$ D. 2

6. [2026·湖南名校联合体高二期中] 在长方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=1$，$AB=2$，$AD=3$，若 $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{c}$，则 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=$ ( )

A. 0 B. 1

C. 4 D. 9

7. [2026·河南漯河实验高中高二月考] 已知空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 均为单位向量，向量 $\boldsymbol{c}$ 满足 $|\boldsymbol{c}|=2$，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\pi}{3}$，$\langle\boldsymbol{c},\boldsymbol{a}\rangle=\langle\boldsymbol{c},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{2\pi}{3}$.

(1)证明：$\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{c}$ 上的投影向量为 $-\frac{1}{4}\boldsymbol{c}$；

(2)求 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|$.

考点三 利用空间向量求距离、夹角问题

8. [2026·北京四中高二期中] 在三棱锥 O-ABC 中，OA，OB，OC 两两垂直，$OA=OB=OC$，则 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ 与 $\overrightarrow{CA}$ 的夹角为 ( )

A. 30° B. 45°

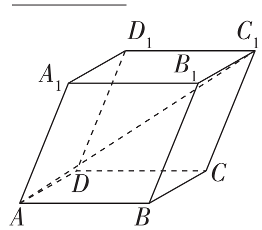
C. 60° D. 90°

9. 设 A,B,C,D 是空间中不共面的四个点，且满足 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，则 $\triangle BCD$ 的形状是 ( )

A. 钝角三角形 B. 直角三角形

C. 锐角三角形 D. 无法确定

10. [2026·广州广雅中学高二期中] 如图，在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，$AD=2$，$AA_1=2$，$\angle BAD=90^\circ$，$\angle BAA_1=\angle DAA_1=60^\circ$，则 $AC_1=$________.

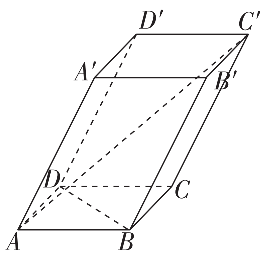


考点四　空间向量垂直有关问题

11. [2026·福州九校高二期中] 如图，在平行六面体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 中，$AB=AD=2$，$AA'=3$，$\angle BAD=90^\circ$，$\angle BAA'=\angle DAA'=60^\circ$.

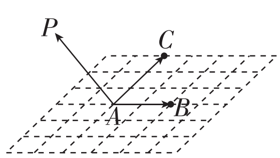
(1)用 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AA'}$ 表示向量 $\overrightarrow{BD}$，$\overrightarrow{AC'}$；

(2)求证：$BD\perp AC'$.



素养提能篇

12. [2026·重庆七校高二期中] 如图，已知 A，B，C 是边长为 1 的小正方形网格上不共线的三个格点，点 P 为平面 ABC 外一点，且 $\langle\overrightarrow{AP},\overrightarrow{AB}\rangle=\langle\overrightarrow{AP},\overrightarrow{AC}\rangle=120^\circ$，$|\overrightarrow{AP}|=4$，若 $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，则 $|\overrightarrow{OP}|=$ (　　)



A. $4\sqrt{2}$　　B. 3　　C. 6　　D. 7

13. (多选题)已知四面体 $ABCD$ 的所有棱长均为 2，点 E，F 分别为棱 AB，CD 的中点，则下列结论正确的是 (　　)

A. $\overrightarrow{AF}/\!/\overrightarrow{CE}$

B. $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CD}$

C. $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{CB}=1$

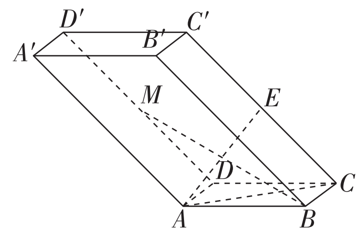
D. $2\overrightarrow{EF}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$

14. 已知 a，b 是异面直线，$A\in a$，$B\in a$，$C\in b$，$D\in b$，$AC\perp b$，$BD\perp b$，且 $AB=2$，$CD=1$，则 a 与 b 所成的角为________.

15. [2026·浙江 G5 联盟高二期中] 如图，在平行六面体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 中，$\angle BAA'=\angle DAA'=120^\circ$，$\angle BAD=90^\circ$，$AB=AD=2$，$AA'=4$，点 M 为 DD' 的中点.

(1)求 BM 的长；

(2)已知 E 为棱 CC' 上的动点，若 $AE\perp BM$，求 CE 的长.



思维训练篇

16. [2026·厦门双十中学高二月考] 在棱长为 2 的正四面体 $ABCD$ 中，点 M 满足 $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}+(1-x-y)\overrightarrow{AD}$，点 N 满足 $\overrightarrow{DN}=\lambda\overrightarrow{DA}-(\lambda-1)\overrightarrow{DB}$，当 AM，DN 最短时，$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{MN}=$ (　　)

A. $-\dfrac{4}{3}$　　B. $\dfrac{4}{3}$

C. $-\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

17. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，EF 是正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 外接球的直径，点 P 是正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 表面上的一点，则 $\overrightarrow{PE}\cdot\overrightarrow{PF}$ 的取值范围是________.

1.2　空间向量基本定理

考点一　空间向量的基底

1. 在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，可以构成空间的一个基底的是（　　）

A. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$

B. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AA_1},\overrightarrow{AB_1}$

C. $\overrightarrow{D_1A_1},\overrightarrow{D_1C_1},\overrightarrow{D_1D}$

D. $\overrightarrow{AC_1},\overrightarrow{A_1C},\overrightarrow{CC_1}$

2. （多选题）已知 O,A,B,C 为空间的四个点，则下列说法正确的是（　　）

A. 若$\{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\}$构成空间的一个基底，则 O,A,B,C 四点共面

B. 若$\{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\}$是空间的一个基底，则$\{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\}$也是空间的一个基底

C. 若 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 共线，则存在一个向量与 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{BC}$ 构成空间的一个基底

D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{OA}=\mathbf{0}$

3. 若$\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$是空间的一个基底，且向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3,\boldsymbol{c}=\boldsymbol{e}_1+t\boldsymbol{e}_3$ 不能构成空间的一个基底，则实数 $t=$________.

4. $\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$是空间的一个基底，向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3,\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_3,\boldsymbol{c}=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3,\boldsymbol{d}=\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2+3\boldsymbol{e}_3$. 若 $\boldsymbol{d}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}+z\boldsymbol{c}$，则 x,y,z 的值分别为（　　）

A. $\frac{5}{2},-1,-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{5}{2},1,\frac{1}{2}$

C. $-\frac{5}{2},1,-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{5}{2},1,-\frac{1}{2}$

考点二　利用空间向量基本定理表示向量

5. 在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，E 为棱 PC 上的一点，且 $PE=2EC$，若 $\overrightarrow{AP}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{BE}=$（　　）

A. $\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$　　B. $\frac{2}{3}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$

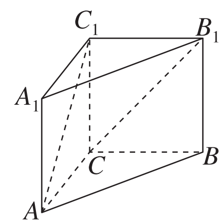
C. $\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$　　D. $\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

6. 在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 为棱 AA_1 的中点，点 F 为棱 CC_1 上靠近 C 的三等分点. 若 $\overrightarrow{EF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+z\overrightarrow{AA_1}$，$x,y,z\in\mathbf{R}$，则 $x+y+z$ 的值为（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{11}{6}$　　C. $\frac{17}{6}$　　D. $-\frac{1}{6}$

考点三　空间向量基本定理的应用

7. 如图所示，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AC\perp BC$，$AC=3$，$AB=5$，$AA_1=4$，则 $\cos\langle\overrightarrow{AC_1},\overrightarrow{B_1C}\rangle=$（　　）



A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$　　D. $-\frac{2\sqrt{2}}{5}$

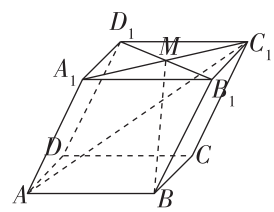
8. （多选题）[2026·江西师大附中高二月考] 如图，在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{AA_1}|=1$ 且 $\angle A_1AD=\angle A_1AB=\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，$M$ 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，则下列结论正确的是（　　）

A. $\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

B. $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

C. $|\overrightarrow{AC_1}|=\sqrt{6}$

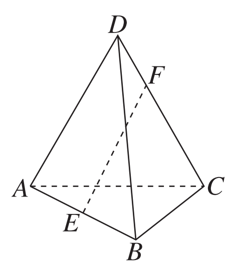
D. $\cos\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC_1}\rangle=\frac{\sqrt{6}}{3}$



9. 如图，在四面体 $ABCD$ 中，E,F 分别为棱 AB，DC 上的点，且 $AE=BE$，$CF=2DF$，设 $\overrightarrow{DA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{DB}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{c}$.

(1) 以$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$为基底表示 $\overrightarrow{EF}$；

(2) 若 $\angle ADB=\angle BDC=\angle ADC=60°$，且 $|\overrightarrow{DA}|=3,|\overrightarrow{DB}|=3,|\overrightarrow{DC}|=3$，求 $|\overrightarrow{EF}|$.



素养提能篇

10. 下列可使非零空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 构成空间的一个基底的条件是（　　）

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}=2\boldsymbol{b}$

B. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}=0$

C. $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{c}|=1$

D. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$

11. [2026·合肥A10联盟高二期中] 已知$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间的一个基底，向量 $\boldsymbol{m}=\boldsymbol{a}+x\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{n}=-2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}+y\boldsymbol{c}$，$x,y\in\mathbf{R}$，若 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{n}$，则 $x+y$ 的值是（　　）

A. $\frac{3}{2}$　　B. 2

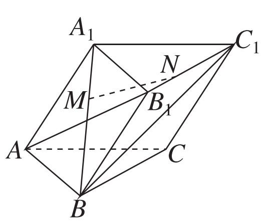
C. $\frac{5}{2}$　　D. $\frac{7}{2}$

12. （多选题）[2026·石家庄七校高二月考] 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 是 B_1C_1 的中点，N 为平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内一点，若 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA_1}+\lambda\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AA_1}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC_1}+\mu\overrightarrow{AM}$，$\lambda,\mu\in\mathbf{R}$，则（　　）

A. $\lambda=\frac{1}{2}$　　B. $\lambda=1$

C. $\mu=\frac{5}{6}$　　D. $\mu=\frac{1}{2}$

13. （多选题）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，M，N 分别是线段 A_1B，B_1C_1 上的点，且 $BM=2A_1M$，$C_1N=2B_1N$. 设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，若 $\angle BAC=90°$，$\angle BAA_1=\angle CAA_1=60°$，$AB=AC=AA_1=1$，则（　　）



A. $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$

B. $|\overrightarrow{MN}|=\frac{\sqrt{5}}{3}$

C. $\overrightarrow{AB_1}\perp\overrightarrow{BC_1}$

D. $\cos\langle\overrightarrow{AB_1},\overrightarrow{BC_1}\rangle=\frac{1}{6}$

14. [2026·重庆八中高二期中] 已知$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间的一个单位正交基底，向量 $\boldsymbol{p}=3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$，$\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间的另一个基底，则用基底$\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$表示向量 $\boldsymbol{p}=$__________.

15. [教材P15习题1.2第8题] 已知四面体中三组相对棱的中点间的距离都相等，求证：这个四面体相对的棱两两垂直.

思维训练篇

16. （多选题）在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，点 E，F 分别为正方形 $A'B'C'D'$ 和正方形 $C'CDD'$ 的中心，则（　　）

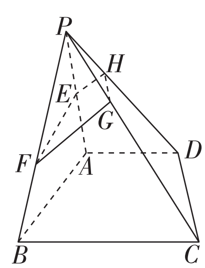
A. 对于任意的 x,y，均有 $\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AD},x\overrightarrow{AB'}+y\overrightarrow{AC'}$ 共面

B. 对于任意的 x,y，$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AA'}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$

C. 存在 x,y，使得 $\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AD},x\overrightarrow{AC'}+y\overrightarrow{AC}$ 共面

D. 不存在 x，使得 $\overrightarrow{AC'}=x(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'})$

17. [2026·湖北孝感高二月考] 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$BC=2AD$，$\overrightarrow{PE}=\overrightarrow{EA}$，$\overrightarrow{PF}=2\overrightarrow{FB}$，$\overrightarrow{CG}=2\overrightarrow{GP}$，$H$ 在棱 PD 上，若 E,F,G,H 四点共面，则 $\frac{PH}{PD}=$________.



滚动习题（一）［范围：1.1～1.2］

（时间：45 分钟　分值：101 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 对于空间中的三个向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$3\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}$，它们一定是（　）

A. 共面向量　　B. 共线向量

C. 不共面向量　　D. 无法判断

2. 若点 D 在△ABC 所在的平面外，$(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}+2\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=0$，则△$ABC$ 的形状一定是（　）

A. 直角三角形　　B. 等腰直角三角形

C. 等腰三角形　　D. 无法确定

3. 已知$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间的一个基底，$\boldsymbol{m}=2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{n}=x(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})+y(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})+4(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})$，若 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{n}$，则 $x+y=$（　）

A. 0　　B. -6

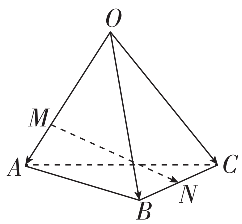
C. 6　　D. 5

4. 已知空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$|\boldsymbol{c}|=4$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为（　）

A. 30°　　B. 45°

C. 60°　　D. 以上都不对

5. ［2026·合肥六中高二期中］如图，在四面体 $OABC$ 中，$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，点 M 在棱 OA 上，且 $OM=2MA$，点 N 为 BC 的中点，则 $\overrightarrow{MN}=$（　）



A. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$　　B. $\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$

C. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$　　D. $-\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$

6. ［2026·辽宁大连八中高二月考］对于空间中任意一点 O 和不共线的三点 A，B，C，若 $\overrightarrow{OP}=t\overrightarrow{OA}+(2t-1)\overrightarrow{OB}+(7+2t)\overrightarrow{OC}$，则“$t=-1$”是“$P$，$A$，$B$，$C$ 四点共面”的（　）

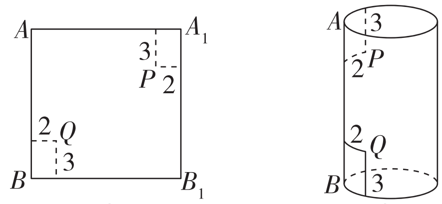
A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 如图①，正方形 ABB_1A_1 的边长为 12，其内有两点 P，Q，点 P 到边 AA_1，A_1B_1 的距离分别为 3，2，点 Q 到边 BB_1，AB 的距离分别为 3，2.现将正方形卷成一个圆柱，使 AB 和 A_1B_1 重合(如图②)，则此时 P，Q 两点间的距离为（　）

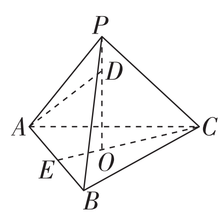


①　　②

A. $\frac{6\sqrt{1+\pi^2}}{\pi}$　　B. $\frac{6\sqrt{2+\pi^2}}{\pi}$

C. $\frac{6\sqrt{3+\pi^2}}{\pi}$　　D. $\frac{6\sqrt{4+\pi^2}}{\pi}$

8. ［2026·湖南衡阳高二阶段练］如图，正四面体 $PABC$ 的棱长为 4，$PO\perp$平面 ABC，O 为垂足，$\overrightarrow{PD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{PO}$，延长 CO 交 AB 于点 E，则 $\overrightarrow{CE}\cdot(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{PC})=$（　）



A. 12　　B. -12

C. 16　　D. -16

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的是（　）

A. 若 A，B，C，D 是空间中任意四点，则有 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\boldsymbol{0}$

B. 单位正交基底中的基向量的模为 1，且互相垂直

C. 将空间中所有的单位向量平移到同一个点为起点，则它们的终点轨迹是一个圆

D. 若空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$

10. 若$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间的一个基底,则下列各组中能构成空间的一个基底的有 (　　)

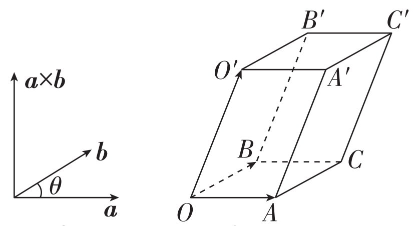
A. $\boldsymbol{a},2\boldsymbol{b},3\boldsymbol{c}$

B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}$

C. $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b},2\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c},3\boldsymbol{a}-9\boldsymbol{c}$

D. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$

11. 已知一对不共线的向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$的夹角为$\theta$,定义$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$为一个向量,其模长为$|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\sin\theta$,其方向同时与向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$垂直(如图①所示).在平行六面体$OACB\text{-}O'A'C'B'$中(如图②所示),下列结论正确的是 (　　)



①　　②

A. $\triangle OAB$的面积为$\frac{1}{2}|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}|$

B. 当$\angle AOB\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时,$|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}|=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}\tan\angle AOB$

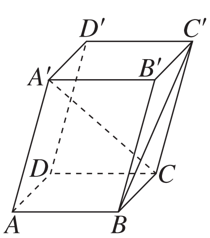
C. 若$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=2$,$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$,则$|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}|=\sqrt{3}$

D. 平行六面体$OACB\text{-}O'A'C'B'$的体积$V=|\overrightarrow{OO'}\cdot(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB})|$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 已知A,B,C,D四点共面且任意三点不共线,平面$ABCD$外一点P满足$\overrightarrow{PD}=-2\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+\lambda\overrightarrow{PC}$,则$\lambda=$________.

13. 如图,在平行六面体$ABCD\text{-}A'B'C'D'$中,$AB=2$,$AD=2$,$AA'=3$,$\angle BAD=\angle BAA'=\angle DAA'=60°$,则直线$BC'$与$CA'$所成角的余弦值为________.



14. 已知正四面体$PABC$的棱长为1,空间中一点M满足$\overrightarrow{PM}=x\overrightarrow{PA}+y\overrightarrow{PB}+z\overrightarrow{PC}$,其中$x,y,z\in\mathbf{R}$,且$x+y+z=1$,则$|\overrightarrow{PM}|$的最小值为________.

四、解答题:本题共2小题,共28分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分)[2026·广西崇左高二阶段练] 在正四面体$OABC$中,$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$,$\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{MA}$,$\overrightarrow{BN}=3\overrightarrow{NC}$.

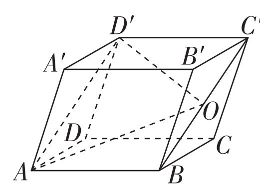
(1)用基底$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$表示$\overrightarrow{MN}$;

(2)若$|\boldsymbol{a}|=12$,求$|\overrightarrow{MN}|$.

16. (15分)[2026·湖北武汉江岸区高二期中] 如图,在平行六面体$ABCD\text{-}A'B'C'D'$中,$AB=AD=AA'=1$,$\angle DAB=90°$,$\angle A'AB=\angle A'AD=60°$,点$O$为$BC'$的中点,$\overrightarrow{AO}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+z\overrightarrow{AA'}$.

(1)求$x+y+z$的值;

(2)求$\triangle AOD'$的面积.



1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.3.1 空间直角坐标系

考点一 空间直角坐标系

1. 下面关于空间直角坐标系的叙述正确的是（ ）

A. 点 $P(x,y,z)$ 的坐标中，x,y,z 的位置可以互换

B. 空间直角坐标系中的点与一个三元有序数组是一一对应关系

C. 空间直角坐标系中的三条坐标轴把空间分为八个部分

D. 某点在不同的空间直角坐标系中的坐标位置一定不同

2. 某人想要使用空间直角坐标系刻画地球的卫星在空间中的相对位置，则他最适合将坐标原点选在（ ）

A. 太阳球心　　B. 月球球心

C. 北京　　D. 地球球心

考点二 空间向量中点与向量的坐标

3. 已知 $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$ 是空间的一个单位正交基底，,且 $\overrightarrow{OB}=-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$，则点 B 的坐标是（ ）

A. $(-1,1,-1)$　　B. $(-1,1,1)$

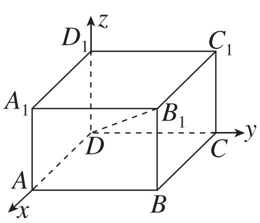
C. $(1,-1,-1)$　　D. 不确定

4. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 B 是点 $A(1,-2,1)$ 在坐标平面 Oyz 内的射影，则 $\overrightarrow{OB}=$（ ）

A. $(1,-2,1)$　　B. $(1,-2,0)$

C. $(0,-2,1)$　　D. $(1,0,1)$

5. 如图所示，以长方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点，以 $\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{DD_1}$ 的方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向，建立空间直角坐标系，若 $\overrightarrow{DB_1}$ 的坐标为 $(4,3,2)$，则 C_1 的坐标是（ ）



A. $(0,3,2)$　　B. $(0,4,2)$

C. $(4,0,2)$　　D. $(2,3,4)$

6. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 P 在坐标平面 Oxy 上的射影为 $P_1(1,2,0)$，在坐标平面 Oyz 上的射影为 $P_2(0,2,1)$，则点 P 的坐标为________.

考点三 空间中点的对称问题

7. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 $M(-2,6,1)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为（ ）

A. $(2,-6,1)$　　B. $(2,6,-1)$

C. $(-2,-6,-1)$　　D. $(2,-6,-1)$

8. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 $P(1,3,5)$，点 $Q(-1,3,-5)$，则（ ）

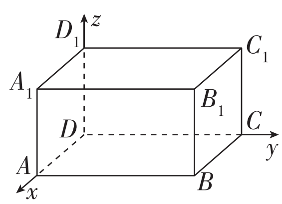
A. 点 P 和点 Q 关于 x 轴对称

B. 点 P 和点 Q 关于 y 轴对称

C. 点 P 和点 Q 关于 z 轴对称

D. 点 P 和点 Q 关于原点中心对称

9. （多选题）如图，在长方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=5$，$AD=4$，$AA_1=3$，以 D 为原点，以 $\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{DD_1}$ 的方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向，以 1 为单位长度，建立空间直角坐标系，则下列说法正确的是（ ）



A. 点 B_1 的坐标为 $(4,5,3)$

B. 点 C_1 关于点 B 对称的点为 $(5,8,-3)$

C. 点 A 关于直线 BD_1 对称的点为 $(0,5,3)$

D. 点 C 关于平面 ABB_1A_1 对称的点为 $(8,5,0)$

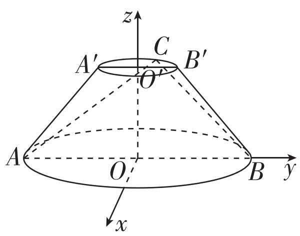
素养提能篇

10. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 $P(2,-3,1)$ 到 y 轴的距离为（ ）

A. 2　　B. 3

C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{10}$

11. (多选题)如图,在圆台 OO' 中,AB,$A'B'$ 分别为圆 O,O' 的直径,$AB/\!/A'B'$,$AB=3A'B'=12$,圆台 OO' 的高为 2,C 为 $\overset{\frown}{A'B'}$ 上更靠近 B' 的三等分点,以 O 为坐标原点,下底面内垂直于 AB 的直线为 x 轴,OB,OO' 所在的直线分别为 y,z 轴,建立如图所示的空间直角坐标系,则 ( )



A. O' 的坐标为 $(0,0,2)$

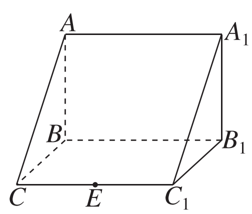
B. C 的坐标为 $(-\sqrt{3},1,2)$

C. $\overrightarrow{AC}=(-\sqrt{3},6,2)$

D. 线段 BC 的中点坐标为 $(2,1,\sqrt{3})$

12. 已知点 B 是点 $A(3,4,5)$ 在坐标平面 Oxy 内的射影,则 $|\overrightarrow{OB}|=$________.

13. 如图,在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,$AB\perp$ 平面 BB_1C_1C,E 为棱 C_1C 的中点,已知 $AB=\sqrt{2}$,$BB_1=2$,$BC=1$,$\angle BCC_1=\dfrac{\pi}{3}$. 试建立合适的空间直角坐标系,求出图中所有点的坐标.



14. 在空间直角坐标系中,点 $P(-2,1,4)$.

(1)求点 P 关于 y 轴对称的点的坐标;

(2)求点 P 关于 Oyz 平面对称的点的坐标;

(3)求点 P 关于点 $M(-5,4,3)$ 对称的点的坐标.

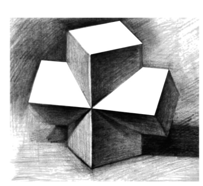
思维训练篇

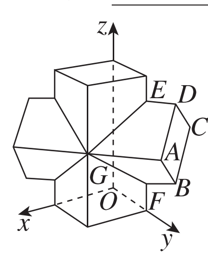
15. 在空间直角坐标系中,已知 $A(0,3,0)$,$B(0,0,0)$,$C(4,0,0)$,$D(0,3,2)$,则四面体 $ABCD$ 外接球的表面积为 ( )

A. 29π B. 28π

C. 32π D. 30π

16. "十字贯穿体"是学习素描时常用的几何体实物模型,图①是某同学绘制"十字贯穿体"的素描作品."十字贯穿体"是由两个完全相同的正四棱柱"垂直贯穿"构成的多面体,其中一个四棱柱的每一条侧棱分别垂直于另一个四棱柱的每一条侧棱,两个四棱柱分别有两条相对的侧棱交于两点,另外两条相对的侧棱交于一点(该点为所在棱的中点).若该同学绘制的"十字贯穿体"由两个底面边长为 2,高为 $4\sqrt{2}$ 的正四棱柱构成,在其直观图中建立如图②所示的空间直角坐标系 $Oxyz$,则点 C 的坐标为________.


图①



图②

1.3.2 空间向量运算的坐标表示

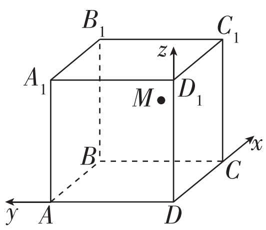
考点一 空间向量线性运算的坐标表示

1. 已知 $A(1,-1,3)$，$B(0,2,-1)$，则向量 $\overrightarrow{AB}$ 的坐标是 ( )

A. $(1,3,-4)$　B. $(-1,3,-4)$

C. $(1,-3,-4)$　D. $(-1,-3,4)$

2. 如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，若点 M 是侧面 BCC_1B_1 的中心，以 $\{\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DD_1}\}$ 为单位正交基底，建立空间直角坐标系，则 $\overrightarrow{DM}=$ ( )



A. $\left(-1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$　B. $\left(1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(1,\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$　D. $\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

考点二 空间向量数量积的坐标表示

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,0,2)$，$\boldsymbol{b}=(-1,1,1)$，则向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 在向量 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量的坐标为 ( )

A. $(0,0,3)$　B. $(0,0,6)$

C. $(-3,3,9)$　D. $(3,-3,-9)$

4. 已知 $\boldsymbol{a}=(2,-1,-2)$，$\boldsymbol{b}=(0,-1,4)$，求：

(1)$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$；

(2)$(2\boldsymbol{a})\cdot(-\boldsymbol{b})$；

(3)$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$.

考点三 空间向量平行、垂直的坐标表示及应用

5. [2026·浙江义乌中学高二阶段练] 与向量 $\boldsymbol{n}=(1,-1,2)$ 反向的单位向量的坐标为 ( )

A. $\left(-\frac{\sqrt{6}}{6},\frac{\sqrt{6}}{6},-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$　B. $\left(\frac{\sqrt{6}}{6},-\frac{\sqrt{6}}{6},\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$

C. $(-1,1,-2)$　D. $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},1\right)$

6. [2026·辽西重点中学高二月考] 在空间直角坐标系中，向量 $\boldsymbol{a}=(2,1,m)$，$\boldsymbol{b}=(-2,1,2)$，下列结论正确的是 ( )

A. 存在实数 m，使得 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

B. 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $m=-\frac{3}{2}$

C. 若 $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 为锐角，则 $m>\frac{3}{2}$

D. 若 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{6}\boldsymbol{b}$，则 $m=\frac{1}{4}$

7. (多选题)已知点 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面外一点，$\overrightarrow{AB}=(-2,1,4)$，$\overrightarrow{AC}=(4,2,0)$，$\overrightarrow{AP}=(1,-2,1)$，则下列结论正确的是 ( )

A. $AP\perp AB$　B. $AP\perp BP$

C. $BC=\sqrt{53}$　D. $AP/\!/BC$

8. [2026·惠州高二联考] 已知 $A(-2,0,2)$，$B(-1,1,2)$，$C(-3,0,4)$，$\boldsymbol{a}=\overrightarrow{AB}$，$\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AC}$.

(1)求 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$；

(2)若 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $k\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 互相垂直，求实数 k 的值；

(3)若 $|\boldsymbol{c}|=3$，$\boldsymbol{c}/\!/\overrightarrow{BC}$，求 $\boldsymbol{c}$ 的坐标.

考点三　利用空间向量坐标运算求夹角与距离

9. [教材 P22 练习第 3 题改编] 若 z 轴上点 M 到点 $A(1,0,2)$ 与点 $B(1,-3,1)$ 的距离相等，则点 M 的坐标为____________.

10. 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=2AB$，E 为棱 AB 的中点，F 为线段 CC_1 上的一点，且 $A_1C\perp EF$，则直线 BF 与直线 A_1C 所成角的余弦值为____________.

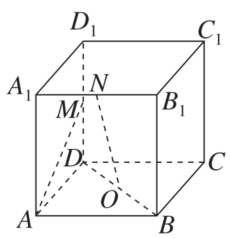
素养提能篇

11. [2026·福建福州一中高二月考] 已知 $\overrightarrow{AB}=(1,2,1)$，$\overrightarrow{AC}=(2,0,1)$，点 D 在平面 ABC 内，则 $\overrightarrow{AD}$ 的坐标可以是　(　　)

A. $(1,4,1)$　　B. $(3,2,2)$

C. $(3,0,3)$　　D. $(4,2,6)$

12. 如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，O 是 BD 的中点，M 是 D_1D 的中点，N 是 A_1B_1 的中点，则直线 NO，AM 的位置关系是　(　　)



A. 平行　　B. 相交

C. 异面且垂直　　D. 异面不垂直

13. [2026·湖南衡阳八中高二月考] 已知空间三点 $A(0,2,3)$，$B(-2,1,6)$，$C(1,-1,5)$，则以 AB，AC 为邻边的平行四边形的面积为　(　　)

A. $7\sqrt{3}$　　B. $6\sqrt{3}$

C. $5\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

14. (多选题)在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 $A(3,2,-1)$，$B(m,1,n)$，$C(2,p,q)$，其中 $m,n,p,q\in\mathbf{R}$，若四边形 $OABC$ 为菱形，则　(　　)

A. $m=5$　　B. $p=-1$

C. $n=\pm2$　　D. $q=\pm3$

15. 三棱锥 $A-BCD$ 的四个顶点在空间直角坐标系中的坐标分别为 $(1,0,1)$，$(1,1,0)$，$(0,1,1)$，$(0,0,0)$，则该三棱锥的外接球球心的坐标为____________.

16. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，已知底面 ABC 是正三角形，且三角形 ABC 的边长为 2，三棱柱的高为 3.

(1)建立适当的空间直角坐标系，标出所有顶点的坐标；

(2)取 AA_1 的中点 E，BC 的中点 F，求 $\overrightarrow{EC_1}$，$\overrightarrow{EF}$；

(3)在(2)的条件下，求 $\cos\langle\overrightarrow{EC_1},\overrightarrow{C_1B}\rangle$ 的值.

思维训练篇

17. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知 $A(2,0,0)$，$B(2,4,0)$，$C(0,4,0)$，$D\left(\frac{3}{2},1,2\sqrt{2}\right)$. 若 S_1，S_2，S_3 分别是三棱锥 $D-ABC$ 在 Oxy，Oyz，Ozx 坐标平面上的正投影图形的面积，则(　　)

A. $S_2<S_1<S_3$　　B. $S_3<S_1<S_2$

C. $S_3<S_2<S_1$　　D. $S_1<S_3<S_2$

18. [2026·北京一零一中学高二期中] 已知在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=1$，P 是正方形 $ABCD$ 及其内部的动点，$PA\geqslant PC_1$，则满足条件的点 P 构成的图形的面积为　(　　)

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{8}$

C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{8}$

1.4 空间向量的应用

1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系

第1课时 空间中点、直线和平面的向量表示

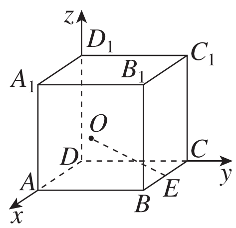
考点一 直线的方向向量

1. 若 $P(0,1,1)$,$Q(2,3,5)$在直线 l 上,则直线 l 的一个方向向量的坐标为 ( )

A. $(1,1,2)$　B. $(1,2,1)$

C. $(1,2,2)$　D. $(2,2,2)$

2. 在棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,O 为四边形 A_1ABB_1 的中心,E 为 BC 的中点.以 D 为原点,以$\{\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DD_1}\}$为空间的一个单位正交基底,建立如图所示的空间直角坐标系 $Dxyz$,则直线 OE 的一个方向向量为 $\boldsymbol{u}=$ ( )



A. $(-1,1,1)$　B. $(-1,1,-1)$

C. $(-1,2,1)$　D. $(-1,2,-1)$

3. (多选题)在平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$中,若棱 AB 所在直线的一个方向向量为$(-2,1,3)$,则棱 $C'D'$所在直线的一个方向向量可能为 ( )

A. $(2,1,3)$　B. $(2,-1,-3)$

C. $(-4,2,6)$　D. $(4,-2,6)$

考点二 平面的法向量

4. 已知向量 $\overrightarrow{AB}=(-1,1,1)$,$\overrightarrow{AC}=(1,-1,0)$,则平面 ABC 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=$ ( )

A. $(1,1,0)$　B. $(1,-1,0)$

C. $(1,1,2)$　D. $(-1,1,2)$

5. 若 $\boldsymbol{a}=(1,2,3)$是平面 γ 的一个法向量,则下列向量中能作为平面 γ 的一个法向量的是 ( )

A. $(0,1,2)$　B. $(3,6,9)$

C. $(-1,-2,3)$　D. $(3,6,8)$

6. [2026·北师大附属实验高二期中] 在空间直角坐标系中,已知 $A(1,0,0)$,$B(0,1,0)$,$C(0,0,a)$,则"$a=1$"是"$\boldsymbol{n}=(1,1,a)$为平面 ABC 的一个法向量"的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

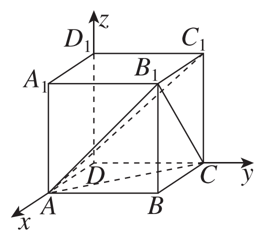
7. 已知平面 α 内有一点 $M(1,-1,2)$,平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(6,-3,6)$,点 $P(a,3,3)$在平面 α 内,则 $a=$________.

8. 已知平面 $\alpha\cap$平面 $\beta=l$,若 α,β 的一个法向量分别为 $\boldsymbol{n}_1=(1,0,1)$,$\boldsymbol{n}_2=(0,-1,1)$,直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{e}=(\lambda,\mu,-2)$,则 $\lambda-\mu=$________.

9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,以 D 为坐标原点,建立如图所示的空间直角坐标系.

(1)求直线 AC_1 的一个方向向量;

(2)求平面 ACB_1 的一个法向量.



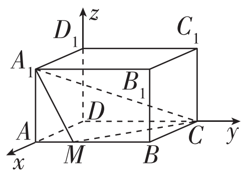
素养提能篇

10. 从点 $A(2,-1,7)$沿向量 $\boldsymbol{a}=(8,9,-12)$的方向取线段 AB,且$|\overrightarrow{AB}|=34$,则点 B 的坐标为 ( )

A. $(18,17,-17)$　B. $(-14,-19,17)$

C. $\left(6,\frac{7}{2},1\right)$　D. $\left(-2,-\frac{11}{2},13\right)$

11. 在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=3$，$BC=4$，$CC_1=2$，M 在棱 AB 上. 以 D 为坐标原点，DA，DC，DD_1 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系. 若平面 MCA_1 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,2,1)$，则 $\dfrac{AM}{MB}=$ （　　）



A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{2}{3}$　　D. 1

12. [2026·浙江舟山五校联盟高二月考] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知 $\overrightarrow{OA}=(3,2,1)$，$\overrightarrow{OB}=(1,2,2)$，$\overrightarrow{OP}=(2,1,1)$，点 Q 在直线 OP 上运动，则当 $\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}$ 取得最小值时，点 Q 的坐标为 （　　）

A. $\left(\dfrac{5}{4},\dfrac{5}{8},\dfrac{5}{8}\right)$

B. $\left(-\dfrac{5}{4},-\dfrac{5}{8},-\dfrac{5}{8}\right)$

C. $\left(\dfrac{5}{4},\dfrac{5}{2},\dfrac{5}{2}\right)$

D. $\left(\dfrac{5}{2},\dfrac{5}{4},\dfrac{5}{4}\right)$

13. （多选题）已知空间三点 $A(0,x,0)$，$B(2,2,0)$，$C(-1,3,1)$，则下列结论正确的有 （　　）

A. 存在唯一的实数 x，使得 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$

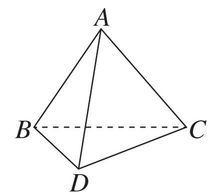
B. 对任意实数 x，A，B，C 三点都不共线

C. 当 $x=1$ 时，AB 与 BC 所成角的余弦值是 $\dfrac{\sqrt{55}}{11}$

D. 当 $x=1$ 时，$\boldsymbol{m}=(1,-2,5)$ 是平面 ABC 的一个法向量

14. 已知平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(3,1,2)$，$P(1,-1,1)$，$Q\left(1,3,\dfrac{3}{2}\right)$，点 $A(2,-1,2)$ 为平面 α 内的一点，则 P ________ α，Q ________ α.（填“$\in$”或“$\notin$”）

15. 如图所示，已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 a，试建立空间直角坐标系，确定各棱所在直线的一个方向向量.



思维训练篇

16. 阅读下面材料：在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，过点 $P(x_0,y_0,z_0)$ 且一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(a,b,c)$ 的平面 α 的方程为 $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$，过点 $P(x_0,y_0,z_0)$ 且一个方向向量为 $\boldsymbol{n}=(u,v,w)(uvw\neq0)$ 的直线 l 的方程为 $\dfrac{x-x_0}{u}=\dfrac{y-y_0}{v}=\dfrac{z-z_0}{w}$. 根据上述材料，解决下面问题：若直线 l 是两个平面 $x-2y+2=0$ 与 $2x-z+1=0$ 的交线，则直线 l 的一个方向向量为 （　　）

A. $(2,1,4)$　　B. $(1,3,5)$

C. $(1,-2,0)$　　D. $(2,0,-1)$

17. （多选题）在空间直角坐标系中，下列说法正确的是 （　　）

A. 方程 $z=0$ 表示坐标平面 Oxy

B. 方程 $x^2+y^2+z^2=1$ 表示以坐标原点为球心，1 为半径的球面

C. 方程 $x^2+y^2=1$ 表示以坐标原点为圆心，1 为半径的圆

D. 方程 $x^2+y^2=0$ 表示 z 轴

第 2 课时　空间中直线、平面的平行与垂直

考点一　利用空间向量解决直线平行与垂直

1. 直线 l_1 的一个方向向量为 $\boldsymbol{v}_1=(1,0,-1)$，直线 l_2 的一个方向向量为 $\boldsymbol{v}_2=(-2,0,2)$，则两直线 l_1 与 l_2 的位置关系是　(　　)

A. 平行　　B. 相交

C. 垂直　　D. 不能确定

2. 已知空间中三个点 $A(1,5,-2)$，$B(2,4,1)$，$C(m-1,3,m)$共线，则 $m=$　(　　)

A. -4　　B. 4　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 0

3. 在空间直角坐标系中，直线 l 过点 $A(1,0,-1)$，且 $\boldsymbol{\mu}=(3,2,4)$为直线 l 的一个方向向量，若 $M(x,y,z)$为直线 l 上的任意一点，则点 M 的坐标满足的关系式是　(　　)

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{4}$　　B. $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{4}$

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{4}$　　D. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{3}$

考点二　利用空间向量解决线面平行与垂直

4. 已知直线 l 的一个方向向量为$(2,1,m)$，平面 α 的一个法向量为$\left(1,\frac{1}{2},2\right)$，若 $l/\!/\alpha$，则 $m=$(　　)

A. $\frac{5}{4}$　　B. $-\frac{5}{4}$　　C. 4　　D. -4

5. 已知 $\boldsymbol{n}$ 为平面 α 的一个法向量，$\boldsymbol{a}$ 为直线 l 的一个方向向量，则“$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{n}$”是“$l/\!/\alpha$”的　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 已知直线 l 和平面 ABC，若直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-2,-5)$，向量 $\overrightarrow{AB}=(1,0,-1)$，$\overrightarrow{AC}=(2,1,0)$，则下列结论一定正确的是　(　　)

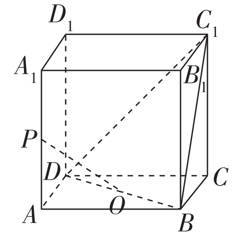
A. $l\perp$平面 ABC

B. l 与平面 ABC 相交，但不垂直

C. $l/\!/$直线 BC

D. $l/\!/$平面 ABC 或 $l\subset$平面 ABC

7. 如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，O，P 分别是 BD，AA_1 的中点，求证：$OP\perp$平面 C_1BD.



考点三　利用空间向量解决面面平行与垂直

8. 已知平面 α 的一个法向量为$(1,2,-2)$，平面 β 的一个法向量为$(-2,-4,k)$，若 $\alpha/\!/\beta$，则 $k=$　(　　)

A. 2　　B. -4　　C. 4　　D. -2

9. (多选题)已知平面 α 与平面 β 垂直，若 $\boldsymbol{n}=(2,-4,8)$是平面 β 的一个法向量，则平面 α 的一个法向量可能为　(　　)

A. $(0,-2,-1)$　　B. $(-6,-2,1)$

C. $(3,4,1)$　　D. $(-2,-3,-1)$

10. 已知平面 α 内的三点 $A(0,0,1)$，$B(0,1,0)$，$C(1,0,0)$，平面 β 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(-1,-1,-1)$，且 β 与 α 不重合，则 β 与 α 的位置关系是________.

素养提能篇

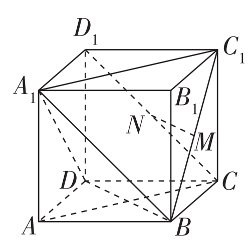
11. [2026·深圳高二期中] 如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，M，N 分别为 BC_1，CD_1 的中点，则下列说法错误的是　(　　)

A. 直线 MN 与直线 DC 所成的角为 $60°$

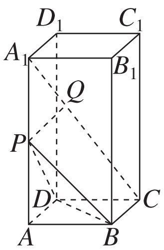
B. $MN\perp$平面 ACC_1A_1

C. $MN\perp CC_1$

D. $MN/\!/$平面 BDA_1



12. （多选题）如图，在正四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=2AB$，P 为 AA_1 的中点，Q 为线段 A_1C 上的动点，下列结论正确的是（　　）



A. 若 $PQ\parallel$ 平面 $ABCD$，则 $A_1Q=\frac{1}{4}A_1C$

B. 若 $PQ\parallel$ 平面 $ABCD$，则 $A_1Q=\frac{1}{2}A_1C$

C. 若 $PQ\perp$ 平面 PBD，则 $A_1Q=\frac{1}{4}A_1C$

D. 若 $PQ\perp$ 平面 PBD，则 $A_1Q=\frac{1}{3}A_1C$

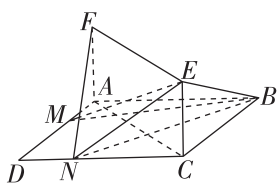
13. 已知正三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的侧棱长为 2，底面边长为 1，M 是 BC 的中点，若在侧棱 CC_1 上存在一点 N，使得 $MN\perp AB_1$，则 $CN=$________.

14. [2026·江苏南通高二期中] 如图，已知正方形 $ABCD$ 和矩形 $ACEF$ 所在平面互相垂直，$AB=3$，设 $AF=t(t>0)$，点 M，N 分别在线段 AD，CD 上，且 $AM=\frac{1}{3}AD$，$DN=\frac{1}{3}DC$.

(1)证明：$ME\perp BN$；

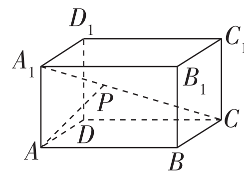
(2)若平面 $BEM\perp$ 平面 EFN，求 t 的值；

(3)设直线 BM 与平面 EFN 相交于点 K，求线段 EK 的长度(用 t 表示).



思维训练篇

15. （多选题）[2026·湖北十堰高二期中] 如图，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=\sqrt{3}AD=\sqrt{3}AA_1=\sqrt{3}$，点 P 为线段 A_1C 上的动点(不包含端点)，则下列结论正确的是（　　）



A. 当 $\overrightarrow{A_1C}=2\overrightarrow{A_1P}$ 时，B_1，P，D 三点共线

B. 当 $\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{A_1C}$ 时，$\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{D_1P}$

C. 当 $\overrightarrow{A_1C}=3\overrightarrow{A_1P}$ 时，$D_1P\parallel$ 平面 BDC_1

D. 当 $\overrightarrow{A_1C}=5\overrightarrow{A_1P}$ 时，$A_1C\perp$ 平面 D_1AP

16. [2026·重庆九校联盟高二期中] 如图，正方形 $ABCD$ 所在平面外一点 P 满足 $PB\perp$ 平面 $ABCD$，且 $AB=3$，$PB=4$. M 为 PB 的中点，N 为 DC 的中点.

(1)证明：直线 $MN\parallel$ 平面 PAD.

(2)线段 BP 上是否存在点 E，使得 $DE\perp$ 平面 PAC？若存在，求出该点位置；若不存在，说明理由.